

Herbert Porsche

Grenzen naturwissenschaftlicher Erkenntnis *

e Eine Kritik der mathematisch-physikalischen Methodik

Die Naturwissenschaft mit den Erkenntnissen, die sie gesammelt hat, brachte das Bewußtsein hervor, dem erkennenden Menschen seien keine Grenzen gesetzt. Der Mensch ist sich selbst das Maß aller Dinge. Ein absolutes Maß darüber gibt es nicht. Alles ist dem Forscherdrang zugänglich, Beschränkungen sind nicht erkennbar, jedenfalls nicht offensichtlich.

Bei soviel positivistischer Euphorie dem grenzenlos scheinenden Menschengeist gegenüber ist Skepsis am Platz, Skepsis, die das Fragen nach den Grenzen menschlicher Erkenntnis notwendig macht. Die vorliegende skizzenhafte Studie will untersuchen, ob es Grenzen für die naturwissenschaftliche Erkenntnis gibt, wo diese Grenzen liegen und welche Konsequenzen daraus zu ziehen sind. Sie will auf diese Weise einen Beitrag zur allgemein menschlich-geistigen Orientierung auf die Möglichkeit der Existenz Gottes hin leisten.

Die direkte naturwissenschaftliche Methode

Wie gewinnt der Mensch Erkenntnis? Er beobachtet die Natur, um systematische Zusammenhänge zur allgemeinen Beschreibung der Naturerscheinungen zu finden (passive Beobachtung oder aktive Experimente). Die Beobachtungsbedingungen werden möglichst so gewählt, daß die Natur dem fragenden Menschen eindeutig antwortet. Durch deduktive oder induktive Schlüsse wird ein möglichst genaues und vollständiges Bild der Welt entworfen (1). Das Ziel ist das umfassende, gründliche, zweifelsfreie Verständnis der Natur global und im Detail, qualitativ und quantitativ und reproduzierbar. Die Technik in ihrer Vielfalt ist Beweis für den Erfolg dieser Methode.

In der Regel bezieht sich die einzelne Beobachtung, das einzelne Experiment auf jeweils ein Detail mit Aussagen zu eben diesem Detail. Als z. B. Galilei seine berühmten Fallversuche machte, fand er heraus, daß ein fallender Körper in der doppelten Zeit die vierfache Fallhöhe durchfällt, wobei er in der ersten Sekunde eine Strecke von 4,9 m zurücklegt, in den beiden ersten Sekunden 19,6 m usw. Er konnte den Zusammenhang formelmäßig fassen, indem er sagte, der Fallweg (ausgedrückt in Metern) sei stets 4,9 mal so groß wie das Quadrat

der Fallzeit (ausgedrückt in Sekunden). Einfacher schreibt man $s = g/2 \cdot t^2$, wobei s den Fallweg bedeutet, t die Fallzeit und $g/2$ den verbindenden Proportionalitätsfaktor (Fallbeschleunigung). Galilei hatte eine quantitative Beschreibung des Phänomens gefunden, allerdings auch nicht mehr. Erst Newton gelang es durch Zusammenfassung vieler Einzeltatsachen, insbesondere durch die Erkenntnis, daß die Planeten auf ihrer Bahn um die Sonne grundsätzlich nichts anderes sind als ständig fallende Steine, den Schritt auf das Agens hin weiterzugehen und die gegenseitige Anziehung der Massen als die Ursache für das Fallen eines Körpers zu erkennen. Darüber hinaus vermochte er das Anziehungsgesetz quantitativ zu fassen, das heißt, einen mathematischen Formalismus anzugeben, der die Gesetzmäßigkeit des Fallens quantitativ richtig wiedergibt.

Diese Beschreibung erfaßt auch Einzelheiten so gut, daß es mehr als zweihundert Jahre dauerte, bis man kleine Abweichungen zwischen der Beobachtung und der Theorie bemerkte. Diese Abweichungen veranlaßten Einstein zum erneuten Durchdenken der gesamten Problematik und zur Formulierung einer verbesserten Theorie der Gravitation (Allgemeine Relativitätstheorie).

Die Theorie der Gravitation ist ein Beispiel, das auf vielen anderen Gebieten der Naturwissenschaft Parallelen findet: ein Phänomen der Natur (hier der fallende Stein) wird beobachtet, quantitativ so genau wie möglich dem Stand der jeweiligen Technik entsprechend beschrieben und in allgemeinere Bezüge der Natur eingeordnet (hier Newtonsche Gesetze). Ist dieser Schritt geglückt, so wiederholt sich das Verfahren, um durch neue, meist verbesserte Beobachtungen die gefundene Theorie zu bestätigen oder zu widerlegen, bzw. ihren Geltungsbereich abzugrenzen und sie zu erweitern (hier Einsteinsche Gravitationstheorie). Diese Methodik läßt niemals exakte Aussagen in der Weise zu, daß sie absolute Richtigkeit begründet. Die Beschreibung kann Zuverlässigkeit immer nur im Maß der jeweils erreichten Meßgenauigkeit beanspruchen. Dabei wird zusätzlich vorausgesetzt, daß die Naturgesetzmäßigkeit, das heißt das grundsätzliche System der Naturbeschreibung nicht von Zeit und Ort abhängt. Man setzt also voraus, daß jedes Naturgesetz grundsätzlich im gesamten Kosmos zu jeder Zeit gilt. Sollten Änderungen auftreten, so werden diese ebenfalls als Naturgesetze angesehen und also solche wiederholend erforscht.

Auch bezüglich der Zusammenhänge, die statistisch auftreten, erwartet der Naturwissenschaftler eindeutige, quantitative Zusammenhänge. Ein solarer Strahlungsausbruch eines ganz bestimmten Typs zum Beispiel beeinflußt den interplanetaren Raum innerhalb der durch die Statistik vorgegebenen Grenzen immer in der gleichen Weise. Das heißt, wenn bei einem derartigen Ausbruch der Anteil des Heliums von sechs auf zehn Prozent ansteigt, so wird diese Steigerung beim nächsten solchen Ereignis in der gleichen Weise erwartet.

Man nennt die Naturwissenschaft „exakte“ Wissenschaft. Dieser Ausdruck

darf nicht mißverstanden werden. Man meint damit nicht exakt im absoluten Sinn, sondern exakt im Sinn quantitativer Nachprüfbarkeit im Rahmen der erreichbaren und erreichten Genauigkeit. Auf vielen Gebieten ist die dabei erzielte Leistung der Meßtechnik bewundernswert. So gelingt es zum Beispiel, die Laufzeit der Signale von einer Bodenstation auf der Erde bis zu einem einige hundert Millionen Kilometer entfernten Raumfahrzeug und zurück auf einige milliardstel Sekunden genau zu messen. Die daraus ableitbare Entfernung ist entsprechend genau. Sie zählt nur nach Metern.

Was heißt: Messend beobachten?

Messen heißt Vergleichen einer unbekannten Größe mit einem als bekannt vorausgesetzten Meßnormal, dessen Größe so exakt wie möglich festgelegt wird. Die fundamentalen Meßgrößen sind die für die Länge, die Masse und die Zeit. Diese werden zurückgeführt auf Grundgrößen der Natur, von denen man annimmt, daß sie unter genau festgelegten Voraussetzungen unveränderlich und durch äußere Einflüsse nicht oder nur wenig beeinflußbar sind.

Für eine brauchbare Messung ist mehr notwendig als ein normierter Maßstab. Selten ist dieser Maßstab geeignet, mit dem Meßobjekt direkt verglichen zu werden. Um die Wellenlänge einer Radiowelle zu messen, kann man kein Bandmaß verwenden, und die Masse von Elementarteilchen bei verschiedenen Energien läßt sich kaum mit 1 dm³ Wasser direkt vergleichen. Das Maß muß dem Meßobjekt angepaßt sein. Eine Meßvorschrift muß während der Messung eine wohldefinierte Beziehung zwischen Meßobjekt, Meßnormal und messendem Beobachter herstellen. Der Meßvorgang selbst darf die Meßgröße nicht beeinflussen. So selbstverständlich diese Forderung erscheint, meist ist sie in Strenge nicht erfüllbar. Man kann den Einfluß des Meßvorgangs auf die Meßgröße nur klein und abschätzbar halten.

bleiben wir bei unserem Beispiel, der messenden Beobachtung des freien Falls durch Galilei. Er benötigte für seine Messungen ein Längenmaß und eine Uhr. Mit den beiden konnte er so genau wie damals möglich die Fallstrecke der Steine und die Fallzeit bestimmen. So genau wie möglich heißt allerdings, daß die Messung recht ungenau war, wenn man sie mit Methoden vergleicht, die die moderne Meßtechnik bereitstellt. Galilei mußte Ungenauigkeiten verschiedener Art hinnehmen. Alle diese Ungenauigkeiten ließen nur eine grobe Bestimmung der Fallgesetze zu. Bei voller Anerkennung der großen Leistung von Galilei muß man doch zugeben, daß seine Bemühungen weit davon entfernt waren, als exakt gelten zu können.

Seither ist die Meßtechnik gewaltig verbessert worden. Dennoch konnte sie nur graduelle, nicht aber grundsätzliche Fortschritte erzielen. Die Meßfehler

sind um Größenordnungen kleiner geworden; wirklich vermeiden lassen sie sich nie. Eine exakte Messung mit absoluter Genauigkeit ist grundsätzlich unmöglich.

Wir haben ein Beispiel gewählt, das einen Meilenstein für die Entwicklung der Naturwissenschaften setzte. Wir könnten an beliebig vielen anderen Beispielen Messungen und ihre Technik analysieren. Wir finden immer das gleiche: Eine völlig exakte Messung ohne Spielraum der Unsicherheit ist nicht möglich.

Mathematik als Hilfsmittel der Naturwissenschaft

Schwierigkeiten infolge von Meßfehlern kennt die Mathematik nicht. Sie orientiert sich grundsätzlich nicht an den meßbaren Dingen der Natur. Das schließt nicht aus, daß die Mathematik der Physik viele oft ganz wesentliche Impulse verdankt, z. B. die Entwicklung der Infinitesimalrechnung durch Newton und Leibniz.

Die Mathematik ist charakterisiert durch die Definition von Verknüpfungen, angewendet auf axiomatisch vorgegebene Elemente. Über die Realität dieser Elemente macht die Mathematik keine Aussage.

Für die Naturwissenschaft besonders wichtig ist die Zahlentheorie mit ihren Tochterdisziplinen einschließlich der Analysis. Zahlen sind als abstrakte Begriffe die Elemente der Zahlentheorie. Andere mathematische Disziplinen legen andere Elemente zugrunde, z. B. Punkte in der Geometrie, Elemente und Mengen von Elementen in der Mengenlehre usw.

Die Grundelemente der Zahlentheorie sind die natürlichen Zahlen 1, 2, 3 usw. Die einfachste Verknüpfung ist die der Addition. Sie erzeugt aus zwei oder mehr natürlichen Zahlen wieder eine natürliche Zahl: $a + b = c$. Die Umkehrung der Addition heißt Subtraktion: $a = c - b$. Ihre konsequente Anwendung erfordert eine Erweiterung des Bereichs der natürlichen Zahlen, damit die Verknüpfungsrelation auch dann erfüllbar ist, wenn $c = b$ oder $c < b$ ist. Man nennt den erweiterten Zahlenbereich die ganzen Zahlen ... -2, -1, 0, 1, 2 ... Auch die Multiplikation ist für die ganzen Zahlen erfüllt. Ihre Umkehrung erfordert wieder eine Erweiterung des Zahlensystems. Die Zahlbegriffe, die durch $r = p/q$ entstehen, heißen rationale Zahlen, wenn p und q ganze Zahlen bedeuten. Allerdings muß $q = 0$ ausgeschlossen werden. (Durch 0 darf man nicht dividieren.)

Das rein abstrakte Vorgehen führt zu scheinbaren Widersprüchen bei der anschaulichen, mit der Natur vergleichenden Deutung der Zahlen. Ein Beispiel ist die Mächtigkeit der Menge der rationalen Zahlen. Durch konsequente Anwendung der Verknüpfungen läßt sich zeigen, daß die rationalen Zahlen „dicht“ liegen, das heißt, in jedem noch so kleinen Zahlenintervall (> 0) befinden sich beliebig viele rationale Zahlen. Der Beweis dieser Behauptung, der hier nur in

seinen Grundzügen angedeutet wird, geht aus von zwei rationalen Zahlen $a < b$. Gleichgültig, wie die beiden Zahlen gewählt werden, sie können nicht unmittelbare Nachbarn sein. Denn die rationale Zahl $1/2 (a + b)$ erfüllt die Bedingung $a < 1/2 (a + b) < b$. Sie liegt also zwischen a und b . Diese sind keine unmittelbaren Nachbarn. Durch fortgesetzte Anwendung des Verfahrens gewinnt man immer neue rationale Zahlen. Das Verfahren läßt sich unbeschränkt fortsetzen: Die Anzahl der rationalen Zahlen im Ausgangsintervall ist unbeschränkt.

Gehen wir nun von zwei Intervallen $a < x < b$ und $c < y < d$ aus. a, b, c, d bilden die Grenzen der Intervalle. Die Beziehung $(x - a) / (b - a) = (y - c) / (d - c)$ ordnet die x und y aneinander zu, und zwar so, daß zu jedem x im Intervall a, b genau ein y im Intervall c, d gehört und umgekehrt, unabhängig von der Größe der beiden Intervalle. Nur rationale Operationen treten auf, nur rationale Zahlen werden einander zugeordnet. Jedes derartige Intervall muß demnach die gleiche „Anzahl“ von rationalen Zahlen enthalten. Selbst wenn die Intervalle sehr verschieden groß sind, ist die „Anzahl“ der rationalen Zahlen in beiden Intervallen gleich. Es leuchtet ein, daß sich diese Überlegung nicht auf physikalisch realisierbare Intervalle übertragen läßt. Jedes physikalisch realisierbare Intervall muß als meßbare Größe aufgefaßt werden können, die im Bereich des Meßbaren teilbar ist. Dabei können nur endlich viele physikalisch realisierbare Teile entstehen. Die Anzahl solcher Elemente ist in einem großen Intervall groß, in einem kleinen klein, also verschieden. Die rein mathematische Aussage widerspricht jeder praktischen Erfahrung. Das Wort „Anzahl“ mußte in Anführungszeichen gesetzt werden, um es nicht mit einer aus der realen Welt anschaulich bekannten Anzahl zu verwechseln. Die Mathematik verwendet deshalb lieber den Begriff Mächtigkeit.

Man kann die Vergleiche zwischen Mathematik und Physik weiterführen und die Axiomatik anderer mathematischer Disziplinen auf die Realität der Natur beziehen. Immer erhält man vergleichbare Ergebnisse.

Naturwissenschaft ist ohne Quantifizierung nicht denkbar. Nur wenn die Naturerscheinungen qualitativ und quantitativ erklärt sind, können sie als verstanden gelten. Quantifizierung bedeutet Anwendung der Mathematik auf Phänomene der Natur. Wir nehmen wieder die Fallversuche von Galilei als Beispiel. Galilei war der erste, der fallende Körper nicht nur verbal beschrieb und passiv beim Fallen beobachtete. Er gab meßbare Bedingungen vor und variierte sie, um einen funktionalen Zusammenhang zwischen allen das Fallen beschreibenden Einzelheiten zu finden. Als wichtigsten Zusammenhang erkannte er den zwischen Fallhöhe und Fallzeit. Er setzte sie zueinander in Beziehung und erhielt eine Zuordnung von zwei Zahlenreihen. Der Quotient aus den Meßgrößen für die Fallhöhe und dem Quadrat der zugehörigen Zahlen für die Zeitmessung erwies sich immer als ungefähr gleich. Daraus zog er den Schluß, wie ihn alle

Naturwissenschaftler nach ihm in vergleichbaren Fällen immer auch gezogen haben: das Ungefähr ist nur auf Ungenauigkeiten der Messung zurückzuführen. In Zeichen ausgedrückt setzte er $s/t^2 = \text{const.}$, wenn s für die Fallhöhe und t für die Fallzeit steht. Diese Gleichung stellt eine eindeutige mathematische Beziehung zwischen der Zahlenmenge (s) und der Zahlenmenge (t) dar. Galileis Gleichung ordnet jedem $s \geq 0$ ein und nur ein $t \geq 0$ zu. Sie gilt somit für alle positiven Zahlen einschließlich der 0.

Gehen wir noch einmal zurück zur Mathematik. Unsere Funktion kann nur als ungefähr richtig geprüft werden. Jedem präzise vorgegebenen Wert s müssen wir wegen der Meßungenauigkeiten ein ganzes Intervall $|\Delta t| > 0$ zuordnen und jedem t ein Intervall $|\Delta s| > 0$. Wir wissen bereits, wieviele Einzelwerte in diesen Intervallen „Platz“ finden: jeweils das ganze Kontinuum, also unendlich viele! Als so groß hatten wir die Zahlenmächtigkeit jedes noch so kleinen, endlich großen Intervalls erkannt. Diese Analogie läßt nur den Schluß zu: Der beobachtende Physiker muß einen Bereich der Unsicherheit anerkennen, in dem keine definitiven Aussagen möglich sind, in denen mathematische Aussage und physikalische Überprüfbarkeit und Determination nicht konvergieren. Das Hilfsmittel Mathematik hat die Grenzen seiner Anwendbarkeit erreicht. Das Letztentscheidende in der Natur ist in seiner wahren Dimension nicht überschaubar und immer jenseits des mathematisch faßbaren Determinismus. Der Mensch stößt bei seiner Naturbeobachtung an Grenzen, die er mit seinen Mitteln allenfalls mehr oder weniger weit verschieben, aber niemals wirklich überwinden kann.

Die statistische Methode

Gegeben sei ein Raumelement mit dem Volumen V . In diesem Raumelement befinde sich genau ein elementares Teilchen (z. B. Elektron, Quark, Lichtquant, usw.). Unser Teilchen habe n Eigenschaften, die auch die Wechselwirkungen mit der Begrenzung unseres Volumens einschließen.

Physikalisch ist das Raumelement durch das Teilchen und seinen Rand bestimmt. Um das System zu beschreiben, wählen wir ein Koordinatensystem, das es erlaubt, alle Koordinaten des Teilchens messend zu erfassen. Der Satz von Meßgrößen, die wir so finden, bestimmt die physikalischen Eigenschaften des Raumelements mit seinem Teilchen eindeutig, natürlich abgesehen von den Meßfehlern, die wir vereinfachend nicht beachten. Da zu den Eigenschaften auch ihre Abhängigkeit von Zeit- und Ortskoordinaten gehört, ist unser Raumelement unter den gegebenen Voraussetzungen determiniert.

Wir fügen nun weitere Teilchen zu. Abgesehen von der ins hoffnungslos Unüberschaubare abgleitenden Komplexität ändert sich grundsätzlich nichts: die

Angabe aller Eigenschaften aller Teilchen, ihrer Wechselwirkungen untereinander und mit den Rändern des Volumens einschließlich aller räumlichen und zeitlichen Änderungen beschreibt die Physik des Raumelements mit seinem Inhalt vollständig.

In der Praxis kommt man so nicht weiter. Man bedenke, 1 cm^3 Luft enthält unter Normalbedingungen ungefähr $2,7 \cdot 10^{19}$ Moleküle. Selbst wenn man jedes einzelne Teilchen im eben geforderten Sinn genau beschreiben könnte, ihre kombinatorische Zusammenfassung übersteigt alle menschlichen Möglichkeiten. Zur Beschreibung der Zustände muß man deshalb zu statistischen Methoden greifen. Man begnügt sich mit Mittelwerten, die aus großen Anzahlen abgeleitet werden. Das Ergebnis sind global-statistische Aussagen über große Mengen. Die individuellen Unterschiede bleiben unberücksichtigt.

Ein Beispiel für die Anwendung statistischer Methoden ist die Gasdynamik. Druck, Temperatur usw. sind statistische Größen. Es ist belanglos, daß man sich meist der statistischen Mittelwerte gar nicht bewußt wird. Die Geschichte der Gasdynamik ist denn auch den Weg umgekehrt gegangen. Lange bevor der statistische Charakter vieler Größen bekannt war, konnte man sie messen und mit ihnen arbeiten.

Trotzdem stellt die statistische Methode das Eingeständnis des Menschen dar, daß seine Fähigkeiten für die Erfassung großer Mengen von Einzelheiten nicht ausreichen. Er kann große Anzahlen von Einzelheiten nur global überschauen, indem er sie in analytisch verwandte Gruppen gliedert, so daß ihm nur die kleine Anzahl dieser Gruppen zu beschreiben bleibt. Die große Menge der Einzelgeschehen, Einzeleigenschaften, Wechselwirkungen usw. bleibt ihm im Detail grundsätzlich verborgen, weil seine Erkenntniskapazität viel zu klein ist. Die große Leistung all jener, die dazu beigetragen haben, die Unfähigkeit des Menschen zur Erfassung großer Anzahlen durch die Entwicklung der Statistik genial zu überbrücken, muß allerdings besonders gewürdigt werden.

Hier scheiden sich die Geister. Die einen meinen, die Physik sei statistischer Natur, die anderen sagen, es sei nur unsere beschränkte Einsicht, die uns ihr Wesen statistisch erscheinen läßt und nicht das der vielen individuellen einzelnen.

Das Problem der Endlichkeit – Unendlichkeit

Seine Theorie der Gravitation zusammen mit allen ihm über das Universum, seinen Aufbau und seine Geschichte zugänglichen Informationen führten Albert Einstein zur Annahme einer zwar unbeschränkten, aber endlich großen Welt. Etliche plausible Gründe stützen diese These, z. B. die Expansion der Welt: Mißt man die Geschwindigkeit sehr ferner Objekte, die viele Millionen Lichtjahre von uns entfernt sind (vorausgesetzt, wir haben das richtige Entfernungsmaß, das

wir aus vielen Indizien erschließen, aber nicht wirklich beweisen können), so findet man, daß alle sich von uns fortbewegen, und zwar um so mehr, je weiter sie von uns weg sind. Andere Indizien stützen die Vermutung der Expansion des Universums durch die Annahme, das Universum, so wie wir es jetzt sehen, habe vor einer endlichen Zeit mit einem sehr kleinen Volumen begonnen. Die Abschätzungen führen auf ein Alter der Welt von ungefähr 15 bis 20 Mrd. Jahren. Über die Anfangsphase bestehen recht genaue Vorstellungen (2). Wir gehen darauf in diesem Zusammenhang jedoch nicht ein.

Setzen wir also voraus, die Welt ist zeitlich und räumlich endlich, und versuchen wir, getreu der bewährten Praxis der Naturwissenschaft, unsere Voraussetzung messend zu bestätigen. Versuchen wir also, den größten Abstand zu bestimmen, der gemäß dem endlichen Volumen der Welt auftreten kann, und dazu die zugehörige Zeit, z. B. das Alter der dort angetroffenen Dinge. In der anschaulichen euklidischen Geometrie ist der Abstand zwischen zwei Punkten die Länge des Abschnitts der Geraden, die die beiden Punkte verbindet. Solche Geraden lassen sich im Raum jedoch nicht festlegen. Der aus der Mathematik einerseits, aus der Anschauung andererseits übernommene Begriff Gerade läßt sich physikalisch höchstens abschnittsweise annähernd verifizieren, und zwar nur dann, wenn man annehmen kann, daß sich die Lichtstrahlen geradlinig ausbreiten. Das ist oftmals nicht der Fall. Wir kennen viele Beispiele, in denen sich Licht nicht geradlinig fortpflanzt. Es wird z. B. von der Gravitation beeinflusst, wie für die Sonne nachgewiesen. Es bleibt uns aber keine andere Wahl, als die Entfernung zwischen den beiden ausgewählten Punkten, das sind Beobachter und entferntes Objekt, längs eines Lichtstrahls zu bestimmen. Die Messung ist auch leider nicht zeitunabhängig. Selbst wenn der Meßwert in zwei aufeinanderfolgenden Zeitpunkten gleich bliebe, so ändert sich doch ständig die Massenverteilung im Universum, weil die Objekte in Bewegung sind, ganz abgesehen davon, daß sich der Abstand zwischen Objekt und Beobachter dauernd ändert. Der Lichtstrahl, längs dessen wir messen, nimmt bei der zweiten Messung somit wahrscheinlich einen anderen Weg als bei der ersten. Nur ungefähre Entfernungsangaben werden dadurch möglich. Zur Zeit liegt die größte gemessene Entfernung bei 2 Mrd. Lichtjahren oder etwas darüber, immer vorausgesetzt, der Maßstab, den wir für diese Messung benützen, ist richtig geeicht und zeitlich unveränderlich.

Die Messung im euklidischen Raum wurde der Anschaulichkeit halber gewählt. Hätten wir, Einstein folgend, einen nichteuklidischen Raum gewählt, wäre unser Ergebnis nicht grundsätzlich anders ausgefallen.

Welche Aussage läßt diese Messung zu? – mindestens die, daß es in großer Entfernung von der Erde beobachtbare Objekte gibt. Wir wissen jedoch nur, wie weit sie höchstens von uns entfernt waren, als sie das Licht aussandten, das uns jetzt erreicht. In der Zwischenzeit haben sie sich irgendwohin bewegt. Dar-

über haben wir nur oberflächliche Information. Wir wissen auch nicht, ob die beobachteten Objekte vielleicht längst aufgehört haben zu existieren, ob an ihrer Stelle neue entstanden sind usw. Nur wenn sich die Von-uns-fort-Bewegung, die wir jetzt beobachten, die Jahrmilliarden hindurch gleichmäßig fortgesetzt hat und unsere Objekte sich in der langen Zwischenzeit nur so verändert haben, wie wir das aus der kurzen Beobachtungszeit von ein paar Jahrzehnten erschließen können, lassen sich Ort und grobe, ungefähre Charakteristika unserer Objekte angeben. Unser Wissen kann man im Vergleich zu dem, was ist, nur als fast vollständiges Unwissen bezeichnen, und das, obwohl wir angenommen hatten, die Welt sei endlich, also durch nur endlich viele Eigenschaften gekennzeichnet.

Die Situation wird hoffnungslos, wenn wir auf die Prämisse der Endlichkeit verzichten, also auf die plausible Hypothese einer endlichen Welt. Diese Hypothese ist nicht bewiesen und vielleicht überhaupt nicht beweisbar. Ohne die Prämisse müssen wir unendlich viele Objekte annehmen. Wir können in endlicher Zeit nur endlich viele beobachten und wären auf Analogieschlüsse angewiesen, wollten wir Aussagen über die Welt als Ganzes oder wenigstens über die Mehrzahl ihrer Teile machen. Diese Mehrzahl wäre dann selbst unendlich groß. Aussagen werden in der Hoffnung gemacht, daß alle Objekte grundsätzlich gleich sind – eine Voraussetzung, die unbeweisbar ist. Sie reicht aus, um die Welt in dem Bereich, der uns zugänglich ist, halbwegs genau zu beschreiben und zu erklären und sie für unsere Zwecke in den Grenzen, die uns gesetzt sind, zu nutzen. Mehr ist dem Menschen nicht möglich.

Die Erkenntnisfähigkeit des Menschen

Gehen wir noch einmal zurück zur Betrachtung eines mathematischen Kontinuums in einem beliebigen, endlich großen Intervall. Die Mächtigkeit aller reellen endlichen Intervalle haben wir als gleich erkannt. In allen solchen Intervallen übersteigt die Anzahl der Zahlen jede Grenze.

Betrachten wir nun die Natur und ordnen wir jedem Element der Welt eine Zahl zu. Bei einer endlichen Welt kommen wir dabei mit endlich vielen Zahlen aus. Natürlich ist die Zahl der Elemente sehr groß. Dennoch gibt es Zahlen, die größer sind als die Anzahl der endlich vielen Elemente der Welt. Gemessen an der alle Schranken übersteigenden Anzahl der Zahlen jedes endlichen Intervalls ist jede endliche Zahl vernachlässigbar klein, wie groß wir sie immer wählen.

Wir können auch umgekehrt argumentieren und ein Element der physikalischen Welt betrachten. So ein Element ist nicht beliebig klein. Es hat z. B. eine endliche Längenausdehnung, auch wenn sie uns winzig klein erscheint. Fassen wir diese Länge als mathematisches Intervall auf, so erhalten wir das verblüffende Ergebnis, daß seine Mächtigkeit größer ist als die Anzahl der endlich vie-

len Elemente der Natur. Jedes endliche Intervall besitzt ja die Mächtigkeit des Kontinuums, die alle Grenzen übersteigt, während die Anzahl der Elemente der Natur endlich ist.

Solche einfache Betrachtungen, die lediglich Wechselbeziehungen von Physik und Mathematik betreffen, zeigen, wie schwer es für uns Menschen ist, aus unserer Anschauung heraus eine objektiv gerechtfertigte Einordnung dessen zu geben, was Welt ist. Absolute Aussagen über die Größe der Welt, etwa im Sinn einer Bewertung, sind nicht möglich. Ob die Welt ein Ganzes ist oder der Teil eines Ganzen, entzieht sich der Aussage der Wissenschaft. Ebenso wissen wir nicht, ob nicht vielleicht jedes Teilelement der Welt ein Ganzes darstellt, während wir es nur als einen Teil sehen.

Wir hatten uns in dieser Studie auf Erkenntnis im Sinn der Naturwissenschaft beschränkt, also auf das Sammeln von Information über die Welt, das Universum, in dem wir leben, auf das Verständnis und die Erklärung seiner unmittelbaren Funktionszusammenhänge wie seiner ihm eigentümlichen Gesetzmäßigkeiten, die zur Bewältigung der Welt im Sinn von Nutzung durch den Menschen führen. Die Zahl der Elemente für die Beschreibung der Natur ist jedoch um viele Größenordnungen zu groß, um eine Detailanalyse zuzulassen. Wir müssen uns auf die statistische Analyse und Beschreibung beschränken. Unsere Meßtechnik gibt uns niemals beliebig genaue Auskunft über die Größen, die wir messen. Wir müssen immer Ungenauigkeiten in Kauf nehmen, auch wenn die erreichte Genauigkeit erstaunlich hoch ist. Von dem, was vermutlich als konkrete Welt existiert, können wir höchstens einen kleinen Teil überhaupt beobachten.

Eine weitere Beschränkung, die uns auferlegt ist, ist unsere Lebensdauer. Selbst wenn es der Medizintechnik gelänge, das Leben des Menschen auf ein Vielfaches seiner jetzigen Dauer von ein paar Jahrzehnten zu verlängern, es wäre zu kurz, um alle Information über die Welt zu sammeln und die Welt dann zu verstehen.

Berücksichtigt man alle diese Beschränkungen, so bleibt nur der Schluß: Der Mensch ist nicht fähig, die Welt in ihrem Wesen zu begreifen. Er muß sich mit oberflächlichem, ungefähigem Verstehen zufriedengeben. Darüber hinaus sind die Naturgesetze dem Menschen als absolute Grenze und Richtschnur gesetzt.

Grenzüberschreitungen

Jede Grenze zeichnet sich dadurch aus, daß es ein Diesseits und ein Jenseits der Grenze gibt. Auch die Betrachtung der Grenzen naturwissenschaftlicher Erkenntnis legt die Frage nach dem Jenseits der Grenzen nahe.

Die Naturwissenschaft beschränkt sich ihrem Wesen nach auf die Dinge der Natur. Grenzüberschreitungen sind naturimmanent notwendig, um den erkundeten Bereich auf den grundsätzlich erkundbaren zu erweitern. Wir setzen Spe-

kulation für Information bei der Analogfortsetzung der Naturgesetzlichkeit in Bereiche hinein, die wir infolge ihrer raum-zeitlichen Entfernung nicht beobachten können. Diese Dinge wären beobachtbar und beschreibbar, wenn wir nur genügend Zeit hätten und wenn unser räumlicher Einfluß nicht allzu eng wäre. Solche Grenzüberschreitungen wollen wir erster Art nennen. Sie erweitern unseren Beobachtungs-, nicht aber unseren (statistisch eingeschränkten) Erwartungshorizont. Bei einer Grenzüberschreitung erster Art setzt man grundsätzlich gleichgeartete Beschreibbarkeit der Dinge „diesseits“ und „jenseits“ der Grenze voraus. Alle Naturgesetze gelten überall in der gleichen Weise.

Leider haben wir keine Information über die reale Größe der Welt. Die Abschätzungen, abgeleitet von Beobachtungen bis zu etwa 2 Mrd. Lichtjahren Entfernung, deuten auf ein Alter von höchstens 20 Mrd. Jahren. Dem entspricht eine räumliche Ausdehnung, deren lineare Dimensionen sich höchstens bis 20 Mrd. Lichtjahre erstrecken können. Sollte die Alters- und Dimensionsabschätzung der Welt grundsätzlich falsch sein und sollte die Welt kein endliches Alter und Volumen besitzen, so tappen wir noch mehr im dunkeln.

Schon die Grenzüberschreitungen erster Art sind spekulativ, auch wenn die Analogschlüsse unmittelbar naheliegend sind. Das Maß des Spekultativen nimmt zu, je weiter man die Grenzüberschreitungen treibt. Es ist eine weitere Spekulation, zu fragen, ob diese Welt die einzig existierende ist. Es könnte völlig getrennt von dieser unserer Welt eine oder viele andere Welten geben, in denen die gleichen Naturgesetze gelten. Wenn es zwischen ihnen und uns keinen Signalaustausch gibt, werden wir nie etwas über sie erfahren. Es könnten auch Welten existieren, in denen andere Naturgesetze gelten, so daß ein Informationsaustausch unmöglich ist. Der Phantasie sind keine Grenzen gesetzt. Wir wollen diese „Grenzüberschreitungen zweiter Art“ nennen. Sie sind für uns irrelevant. Sie sagen über diese Welt nichts aus, außer daß sie die Welt weiter relativieren.

Erkennt man die Gültigkeit der Kausalität an, so legt die Endlichkeit der Welt eine Grenzüberschreitung dritter Art nahe. Raum und Zeit sind definierbar, wenn es Materie bzw. Energie im naturwissenschaftlichen Sinn gibt. Man kann dann Maßstäbe anlegen, Uhren bauen usw. Ist keine Materie, keine Energie vorhanden, so gibt es keine wie immer gearteten Maßstäbe. Denn diese selbst müssen irgendwie materiell konkretisierbar sein. Ebenso setzt die Zeitmessung irgendeinen zeitlich faßbaren Vorgang voraus, z. B. eine Schwingung. Diese ist ebenfalls an Materie gebunden. Geht man zeitlich zurück vor den Anfang der Welt, so wird die zeitliche Grenze der Welt überschritten. Jenseits dieser Grenze ist die Existenz einer Physik, wie wir sie in der Welt vorfinden, zweifelhaft. Andererseits kann nicht nur nichts sein, weil die logische Ursache der Welt die Existenz eben dieser Ursache fordert, also ein Etwas. Auch räumliche Übergänge sind denkbar, die auf ähnliche Schlüsse führen. Sie öffnen die Möglichkeit von Zuständen, die nicht den strengen Ordnungen der Naturgesetze unterliegen. Es

ist denkbar, daß es Zustände gibt, die nicht raum-zeitlich-naturgesetzlich gebunden sind.

Wir haben spekulativ Grenzüberschreitungen eingeführt, die es uns erlauben, die Welt als eingebettet in umfassendere Zusammenhänge zu verstehen. Auch wenn diese Grenzüberschreitungen unbeweisbar bleiben müssen, stellen sie doch eine plausible Erweiterung des naturwissenschaftlichen Systems dar. Man erreicht durch sie einen spekulativen Abschluß des für unsere Erkenntnis offenen Systems Welt. Ihre Mächtigkeit ist abschätzbar. Im Gegensatz zur Mächtigkeit der Welt ist sie schließlich unendlich. Unter dem Gesichtspunkt mathematischer Termini betrachtet, enthält demgegenüber die Welt endlich viele, das sind unbedeutend wenige Elemente. Sie ist, so gesehen, überhaupt belanglos.

Welche Folgerungen müssen wir Menschen daraus für uns selbst ziehen, da wir diese, hier als belanglos einzustufende Welt nur höchst oberflächlich erkennen können, da wir in ihren Raum, in ihre Zeit eingesperrt sind, ohne nach außen blicken zu können, da wir machtlose Sklaven der Naturgesetze sind...? Wir müssen bescheiden bekennen: Unser Wissen um die Welt und unsere Erkenntnis sind unvollkommenes Stückwerk. Durch große Anstrengungen und eifriges Forschen können wir die Grenzen unserer Erfahrung zwar hinausschieben, aber überwinden können wir sie nicht. Es bleibt uns keine Wahl, als in der Unvollkommenheit zu leben. Von dem, was existiert, können wir nur ungenaue, meist bruchstückhafte Informationen sammeln. Überall ist uns die Erfahrung des Letzt-Entscheidenden verwehrt.

Existiert Gott?

Ernst Bloch dachte an andere Dinge, als er einem seiner Werke den Titel „Prinzip Hoffnung“ gab. Wir wollen ihn aufgreifen, weil wir nicht bei der pessimistischen Deutung des vorherigen Abschnitts stehenbleiben wollen. Grenzüberschreitungen, wie wir sie definiert haben, sind spekulative Erweiterungen unserer Beobachtung und Erfahrung. Man kann annehmen, hinter diesen Spekulationen stehen Realitäten: Die Grenze unserer Erfahrung ist nicht die Grenze dessen, was ist. Die Erkenntnis über die Welt ändert sich dadurch nicht, wohl aber unser wertendes Wissen. Die Welt ist dann eingebettet in größere Zusammenhänge und mit ihr auch der erkennende Mensch. Er kann begrenzte Erkenntnis in der Gewißheit sammeln, daß jenseits der Grenzüberschreitung eine Realität existiert, von der aus die Welt selbst, also nicht nur seine Erkenntnis von der Welt, unbedeutend ist. Die Grenze seiner messenden Erfahrung läßt ihn nirgends in die Tiefe des Letzt-Entscheidenden vordringen. Vielleicht ist diese Beschränktheit ein Indiz dafür, daß er zu Grenzüberschreitungen fähig ist, die über seine Erkenntnis hinausgehen.

Es ist gut, daß das Leben des Menschen begrenzt ist. Es läßt ihm die Hoffnung, daß seine Phantasie sich nicht in bloße Spekulation verliert. Er kann an das größere, weitere Sein glauben, das ihm die Chance offenhält, wahre Freiheit zu erlangen ohne sklavische Bindung an Raum, Zeit und ihre zwingenden Gesetze. Er kann die Hoffnung hegen, jenseits dieser Bindung die Tiefen zu erfahren, die ihm hier und jetzt trotz aller Mühen verschlossen bleiben. Auf diese Hoffnung hin lohnt es sich zu leben.

Die Frage „Existiert Gott?“ (4) drängt sich als Konsequenz geradezu auf. Der Naturwissenschaftler kann keine klare, zweifelsfreie Antwort geben. Aber er kann auf die Grenzüberschreitungen verweisen, die die Möglichkeit von Realitäten jenseits von Zeit und Raum andeuten, die nicht in die Naturgesetzlichkeit eingezwängt sind. Er sieht die ungeordnete Vielfalt statistischer Vorgänge in der Welt und dennoch eine Ordnung, die ihn immer wieder erstaunen läßt. Er weiß auch um die Unvollkommenheit seiner eigenen Möglichkeiten zur Beschreibung der endlichen und viel mehr noch einer etwaigen unendlichen Welt. Er sieht die Kausalität, die nach einer Ursache für den zeitlich-räumlichen Ablauf, insbesondere für seinen Beginn verlangt. Er kennt das Phänomen Schicksal, das jedem Menschen, ungeachtet aller Statistik, in seiner eigenen Lebensgeschichte Einmaligkeit verleiht. Für all das lassen sich keine weltimmanenten Erklärungen finden. Wäre der Mensch aufgefordert, eine Welt zu konstruieren und ins Leben zu rufen, er wäre wegen seiner raum-zeitlichen Beschränktheit und wegen seiner mangelhaften Einsicht unschätzbar weit überfordert. Die Welt bedarf eines intelligenten Urhebers, dessen Einsicht die des Menschen haushoch übersteigt. So wie der Mensch sie vorfindet, bedarf sie einer steuernden Hand, die z. B. da entscheidend eingreift, wo die Unsicherheit menschlicher Erkenntnis den offenen Bereich des Unbestimmten wahrnimmt.

Diese Erstursache, dieses intelligente Wesen, diese steuernde Hand nennen wir Gott. Natürlich können wir uns bei unserer beschränkten Einsicht nicht einbilden, diesen Gott auch nur annähernd vollkommen beschreiben zu können. Seine Existenz läßt sich ebensowenig zwingend beweisen, wie bei einer physikalischen Beobachtung exakte Genauigkeit erreichbar ist. So bleibt jedem einzelnen nichts anderes, als das Naheliegende zu glauben, um so die Welt als geschaffenes, endliches Wesen zu erleben, das in sich und in seiner möglichen Erweiterung ein nach außen harmonisch abgeschlossenes Ganzes darstellt, oder das Naheliegende abzulehnen und bewußt in der Unsicherheit zu leben, die die eigene Unvollkommenheit in eine Quelle scheinbar absoluter Erkenntnis verkehrt.

Die erste von diesen Möglichkeiten erscheint plausibler: Gott existiert!

Literatur: 1. C. G. Hempel, Philosophie der Naturwissenschaften (München 21977); S. A. Weinberg, Die ersten drei Minuten (München 1977); 3. K. Knopp, Theorie und Anwendung der unendlichen Reihen (Berlin 1947); 4. H. Küng, Existiert Gott? (München 1978); 5. C. F. v. Weizsäcker, Die philosophische Interpretation der modernen Physik, in: Nova Acta Leopoldina, Bd. 37/2, Nr. 207 (51978).